

# **AULAS 20 E 21 (slides extras)**

# **Análise de regressão múltipla:**

# **MQO assintótico**

**Ernesto F. L. Amaral**

**31 de outubro e 05 de novembro de 2013**  
**Avaliação de Políticas Públicas (DCP 046)**

**Fonte:**

**Wooldridge, Jeffrey M. “Introdução à econometria: uma abordagem moderna”. São Paulo: Cengage Learning, 2008. Capítulo 5 (pp.158-173).**

## MQO ASSIMPTÓTICO

- Além das propriedades de amostra finita (que vimos nos capítulos 3 e 4), é importante conhecer as propriedades assimptóticas ou propriedades de amostras grandes dos estimadores e das estatísticas de testes.
- Essas propriedades são definidas quando o tamanho da amostra cresce sem limites.
- A inexistência de viés dos estimadores, embora importante, não pode ser conseguida sempre.

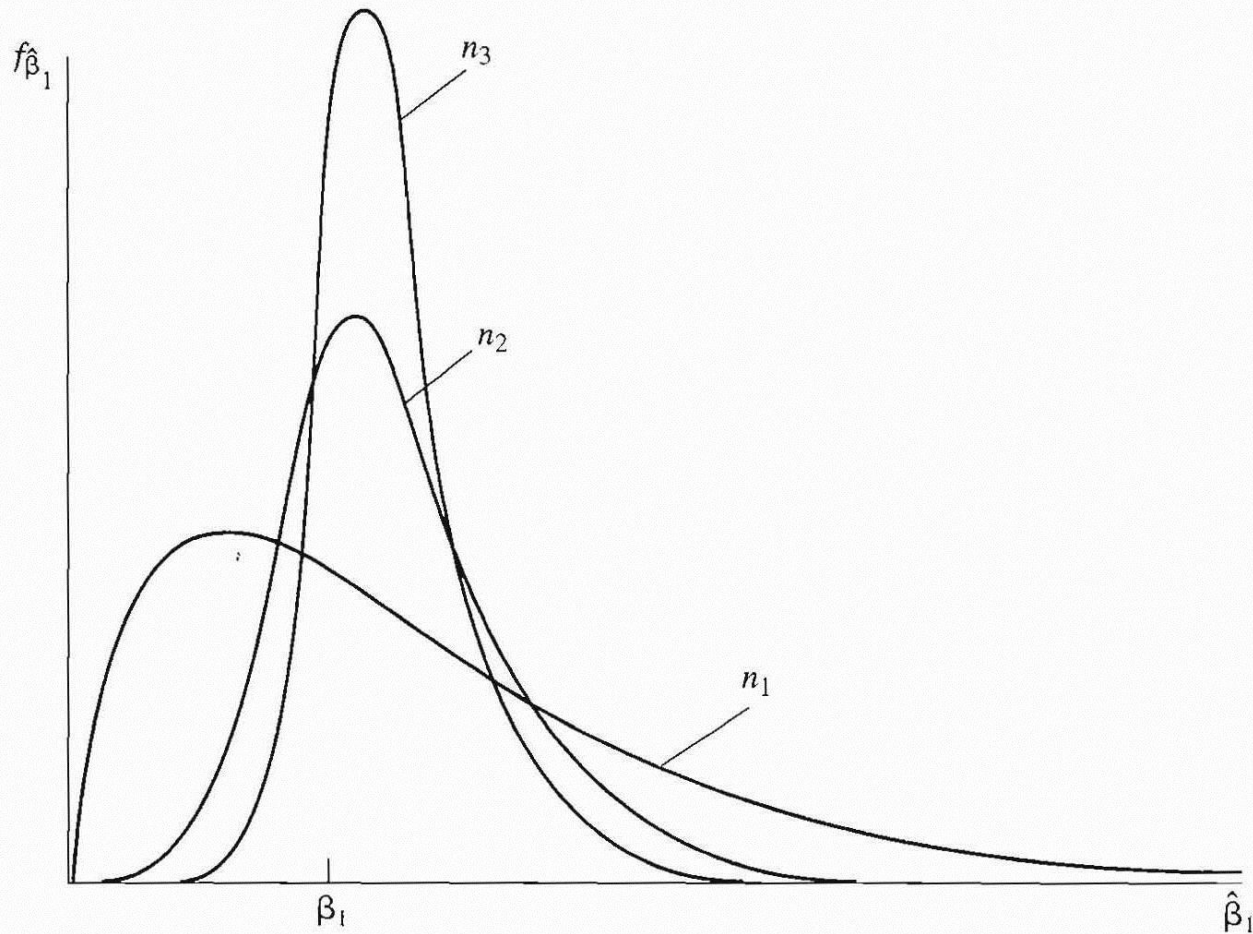
# CONSISTÊNCIA

- Mesmo que os estimadores não sejam todos não-viesados, é importante que o estimador tenha consistência.
- Ou seja, em uma amostra infinita, o estimador do parâmetro populacional tem que ser consistente.
- Se o estimador for consistente, a distribuição do estimador se torna mais concentrada ao redor do parâmetro populacional, quanto maior é o tamanho da amostra.
- Quando o tamanho da amostra ( $n$ ) tende ao infinito, a distribuição do estimador encontra-se no ponto do parâmetro populacional.

# DISTRIBUIÇÕES AMOSTRAIS DO ESTIMADOR

Figura 5.1

Distribuições amostrais de  $\hat{\beta}_1$  para amostras de tamanhos  $n_1 < n_2 < n_3$ .



## DIFÍCIL DE ENTENDER “CONSISTÊNCIA”?

- Na prática, o tamanho da amostra é fixo, tornando difícil entender esse conceito de consistência.
- Consistência seria uma consideração que devemos fazer no caso do tamanho da amostra se tornar grande.
- Se amostras maiores não aproximarem o estimador do parâmetro populacional, o procedimento de estimação é insatisfatório.

## INCONSISTÊNCIA NO MÉTODO MQO

- Se o erro não tem média zero e é correlacionado com qualquer uma das variáveis independentes, MQO é viesado e inconsistente.
- Isso representa que qualquer viés persiste mesmo quando o tamanho da amostra cresce.
- A inconsistência do estimador é positiva se  $x_1$  e  $u$  são positivamente correlacionados.
- A inconsistência é negativa se  $x_1$  e  $u$  são negativamente correlacionados.
- Se covariância entre  $x_1$  e  $u$  é pequena, relativamente à variância em  $x_1$ , a inconsistência pode ser desprezível. No entanto, não podemos estimar covariância, porque  $u$  não é observado.

## EXEMPLOS DE INCONSISTÊNCIA

- Suponha que  $x_2$  e  $u$  sejam não-correlacionados, mas  $x_1$  e  $u$  sejam correlacionados, então os estimadores de MQO de  $x_1$  e  $x_2$  serão inconsistentes.
- A inconsistência no estimador de  $x_2$  surge quando  $x_1$  e  $x_2$  são correlacionados.
- Se  $x_1$  e  $x_2$  forem não-correlacionados, então qualquer correlação entre  $x_1$  e  $u$  não resulta em inconsistência do estimador de  $x_2$ .
- Se  $x_1$  for correlacionado com  $u$ , mas  $x_1$  e  $u$  não forem correlacionados com as outras variáveis independentes, então somente o estimador de  $x_1$  é inconsistente.

# NORMALIDADE ASSIMPTÓTICA

- Saber que o estimador está se aproximando do valor populacional quando a amostra cresce (consistência) não permite testar hipóteses sobre parâmetros (inferência estatística).
- Se a distribuição do erro for diferente da normal, o beta estimado não será normalmente distribuído, o que significa que as estatísticas  $t$  não terão distribuições  $t$  e as estatísticas  $F$  não terão distribuições  $F$ , enviesando os  $p$ -valores.
- Como  $y$  é observado e  $u$  não é, é muito mais fácil pensar se é provável que a distribuição de  $y$  seja normal.



## NORMALIDADE ASSIMPTÓTICA (cont.)

- Uma variável aleatória com distribuição normal:
  - É distribuída simetricamente ao redor de sua média.
  - Pode assumir qualquer valor positivo ou negativo.
  - Mais de 95% da área sob a distribuição está dentro de dois desvios-padrão.
  
- Os estimadores de MQO são normalmente distribuídos em amostras grandes (normalidade assimptótica).

## TAMANHO DA AMOSTRA

- Se o tamanho da amostra não é grande, então a distribuição  $t$  pode ser uma aproximação insatisfatória da distribuição da estatística  $t$  quando  $u$  não é normalmente distribuído.
- Não há prescrições do tamanho mínimo da amostra. Alguns economistas pensam que  $n$  igual a 30 é satisfatório, mas esse valor pode não ser suficiente para todas as possíveis distribuições de  $u$ .
- Com mais variáveis independentes no modelo ( $gl=n-k-1$ ), um tamanho de amostra maior é usualmente necessário para usar a aproximação  $t$ .
- Sendo  $c_j$  uma constante positiva que não depende do tamanho da amostra, os erros-padrão diminuem a uma taxa que é o inverso da raiz quadrada do tamanho da amostra:

$$ep(\hat{\beta}_j) \approx c_j / \sqrt{n}$$

# ESTATÍSTICA MULTIPLICADOR DE LAGRANGE ( $LM$ )

- Essa estatística testa restrições de exclusão múltiplas, assim como o teste  $F$ .
- Considere um modelo de regressão múltipla com  $k$  variáveis

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u$$

- Testar se últimas  $q$  variáveis têm parâmetros iguais a zero:

$$H_0: \beta_{k-q+1} = 0, \dots, \beta_k = 0$$

- Procedimento:

- Regrida  $y$  sobre o conjunto **restrito** de variáveis independentes e salve os resíduos ( $u$ ).
- Regrida  $u$  sobre **todas** variáveis independentes (regressão auxiliar) e obtenha  $R^2$ .
- Calcule  $LM = nR^2$  (tamanho amostral vezes  $R$ -quadrado).
- Obtenha o  $p$ -valor referente a  $LM$ , em distribuição de qui-quadrado, para testar se  $H_0$  deve ser rejeitada ou não.