

# **AULAS 25 E 26**

# **VARIÁVEIS**

# **INSTRUMENTAIS**

**Ernesto F. L. Amaral**

**11 e 13 de junho de 2013**

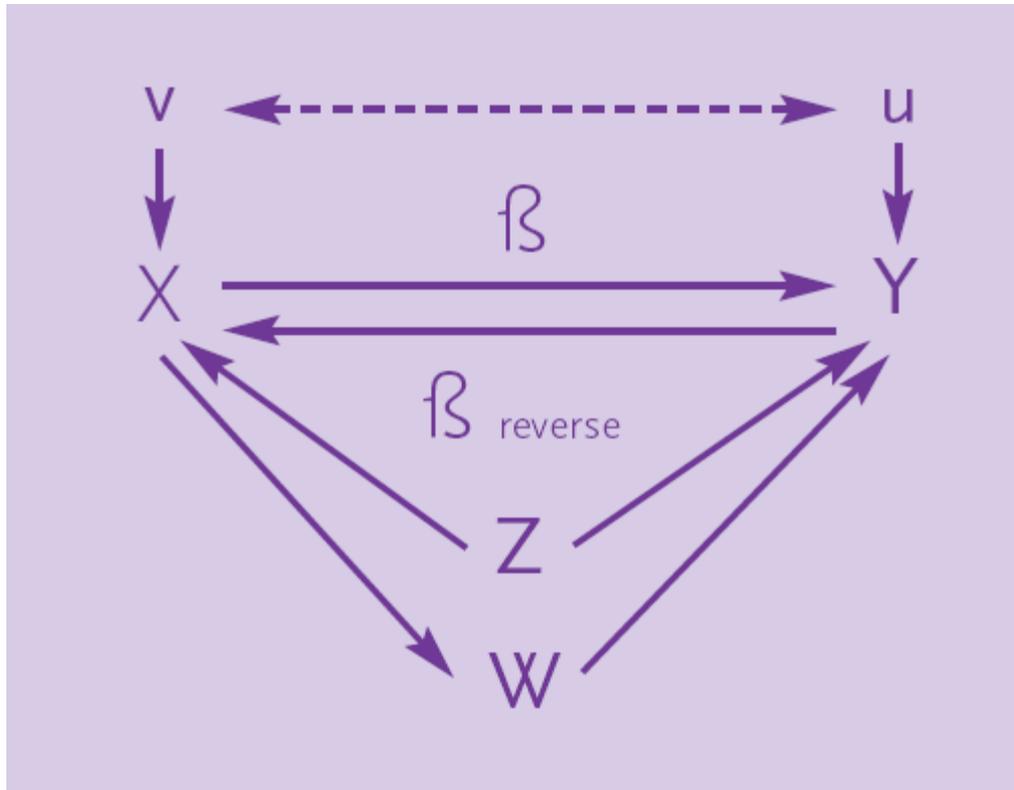
**Técnicas Avançadas de Avaliação de Políticas Públicas (DCP 098)**

**Fonte:**

**Curso “Técnicas Econométricas para Avaliação de Impacto” do “International Policy Centre for Inclusive Growth” (IPC-IG) da “United Nations Development Programme” (UNDP) (<http://www.ipc-undp.org/evaluation>).**

# CORRELAÇÃO NÃO IMPLICA CAUSALIDADE

- No mundo real, por trás de uma correlação entre  $Y$  e  $X$ , podemos ter a seguinte situação:



- $X$ ,  $Y$ ,  $W$  e  $Z$  são variáveis observáveis e  $u$  e  $v$  representam características não-observáveis.
- A omissão da variável  $W$  pode não ser um problema, pois ela representa uma das formas na qual  $X$  causa  $Y$  e isso pode não ser de interesse do pesquisador.

## VARIÁVEIS OMITIDAS

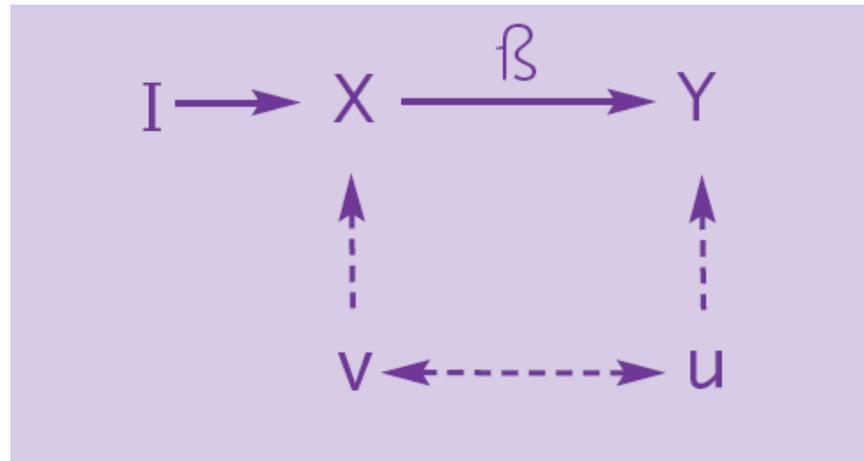
- Se existe um  $Z$  que causa  $Y$  e este  $Z$  não está incluído no modelo,  $Z$  causa  $u$ .
- Se  $Z$  também causa  $X$ ,  $u$  estará correlacionado com  $X$ .
- Intuitivamente,  $Z$  impõe um nível para  $X$  e outro para  $Y$ .
- A consequência é uma associação entre  $X$  e  $Y$  que não é necessariamente derivada de uma causalidade entre  $X$  e  $Y$ .
- A direção do viés depende se os efeitos de  $Z$  sobre  $X$  e  $Y$  são positivos ou negativos.

## CAUSALIDADE REVERSA

- Como no caso de variáveis omitidas, a causalidade reversa resulta em correlação de  $X$  com termo de erro ( $u$ ).
- Relembremos as soluções para variáveis omitidas:
  - 1) Coletar informações adicionais:
    - Causalidade reversa não pode ser solucionada com coleta adicional de dados no decorrer do tempo.
  - 2) Manipular variáveis independentes ( $X$ ):
    - Possível de ser aplicado para causalidade reversa.
  - 3) Modelar correlação entre termos de erro:
    - Causalidade reversa não pode ser solucionada com esta modelagem, porque viés ocorre mesmo se termos de erro não estão correlacionados entre as equações.

# VARIÁVEL INSTRUMENTAL (*INSTRUMENTAL VARIABLE – IV*)

- Manipular as variáveis independentes ( $X$ ) de forma que seus efeitos sobre a variável dependente ( $Y$ ) não estejam sendo influenciados por outras variáveis não observadas.
- Método de manipular  $X$  ao identificar um instrumento ( $I$ ) que seja correlacionado com  $X$ , mas que não tenha efeito direto sobre  $Y$ , além das mudanças induzidas em  $X$ .



- Pressuposto é que  $I$  afeta  $X$ , mas não está correlacionado com  $u$ , o que é difícil de verificar.

# DIFÍCIL IMPLEMENTAÇÃO DE INSTRUMENTO

- É difícil identificar variáveis que afetam  $X$ , mas que não afetam  $Y$ .
- Há um fator determinando a variável de tratamento ( $D$ ) que também determina  $Y$  ou é determinado por  $Y$ :

$$Y = \beta_0 + \beta_k X_k + \alpha D + v$$

$$E(v) = 0$$

$$\text{Cov}(X_k, v) = 0$$

$$\text{Cov}(D, v) \neq 0$$

- Basicamente, o método de variável instrumental busca eliminar do modelo essa correlação.
- Esse método é bastante empregado em casos de omissão de variáveis e erros de medida.
- Utiliza-se um instrumento (variável instrumental):  $I$ .

## EXEMPLO DE PROBLEMA DE ENDOGENEIDADE (SALÁRIO E EDUCAÇÃO)

- Maior escolaridade aumenta rendimentos salariais.
- O problema é que a habilidade determina o salário, assim como pessoas mais habilidosas procuram mais educação.
- Incluir ocupação na equação salarial?
- Pode haver correlação espúria entre ocupação e salário.

# PRESSUPOSTOS

- Nas estimativas dos escores de propensão de pareamento, tínhamos alguns pressupostos importantes (SUTVA; e independência da média condicional).
- Na definição de variável instrumental,  $I$  satisfaz dois pressupostos (restrição de exclusão; e correlação de  $I$  e  $D$  é diferente de zero).
- Temos que lidar com estes pressupostos:
  - SUTVA.
  - Restrição de exclusão.
  - Monotonicidade.
  - Correlação de  $I$  e  $D$  é diferente de zero.

## SUTVA

- Rubin (1986) aponta que uma condição necessária para identificação de um contrafactual é a Suposição de Valor Estável da Unidade de Tratamento (*Stable-Unit-Treatment-Value Assumption, SUTVA*).
- O fato de uma unidade receber o tratamento não afeta o resultado potencial de uma unidade que não o recebeu.
- Quando exposto a um tratamento (D), pressuposto é que o resultado Y de um indivíduo será o mesmo, não importando o mecanismo de seleção e o tratamento das outras unidades:  $Y(0) \perp D$
- SUTVA pode ser violado quando existem outras versões não representadas de tratamento ou quando há interação entre os indivíduos.
- SUTVA: suposição de não-confundimento/ignorabilidade.

# NEGLIGENCIANDO FATORES NÃO-OBSERVÁVEIS

- Negligenciar fatores não-observados significa supor que os mesmos não possuem efeito sobre a diferença nos possíveis resultados para um mesmo indivíduo.
- Isto também pode ser chamado de seleção sobre variáveis observáveis.
- Uma condição necessária para a identificação de causalidade em um modelo de seleção sobre variáveis observáveis ( $X$ ) é uma versão condicional da SUTVA, onde:

$$Y(0) \perp D \mid X$$

- Isso implica uma independência condicional de  $Y(0)$  e o tratamento.

# INDEPENDÊNCIA DA MÉDIA CONDICIONAL

- Há ainda a suposição de independência da média condicional.
- O valor de  $Y$  é semelhante entre o grupo de tratamento ( $D=1$ ) e o grupo de controle ( $D=0$ ), controlando pelos valores de  $X$ :

$$E[Y(0) | D=1, X] = E[Y(0) | D=0, X] = E[Y(0) | X]$$

- Além disso, é necessário que para cada valor de  $X$ , existe tanto um caso tratado pela política ( $D=1$ ) quanto um caso não-tratado ( $D=0$ ):

$$0 < \Pr(D=1 | X) < 1$$

## MAIS PRESSUPOSTOS

- O pressuposto de SUTVA leva a outros pressupostos também necessários, os quais são mais difíceis de satisfazer (Holland, 1986):
  - Estabilidade temporal e transitoriedade causal.
  - Homogeneidade das unidades investigadas.
  - Independência do tratamento.
  - Efeito constante.

## RESTRIÇÃO DE EXCLUSÃO

- $I$  é a variável de designação do tratamento, aleatoriamente distribuída na população (é a intenção do tratamento).
- Os efeitos médios de  $D$  (variável de tratamento) sobre  $Y$  (variável de interesse) são os mesmos para os dois tipos de indivíduos determinados por  $I$  (variável instrumental).
- Pressuposto não testável diretamente, uma vez que está baseado em um contrafactual.

## RESTRIÇÃO DE EXCLUSÃO

- D (variável de tratamento) & I (variável instrumental).
- $I = 1$  para o indivíduo elegível.
- $I = 0$  para o indivíduo não elegível.
- Se todos os elegíveis recebem o tratamento,  $I = D$ .
- No entanto, esse é o caso ideal.
- Na realidade, temos quatro tipos de indivíduos:

| Não elegível | Elegível           |                     |
|--------------|--------------------|---------------------|
|              | $I=1; D=0$         | $I=1; D=1$          |
| $I=0; D=0$   | <i>Never-taker</i> | <i>Complier</i>     |
| $I=0; D=1$   | <i>Defier</i>      | <i>Always-taker</i> |

- *Compliers*: indivíduos que mudam de comportamento influenciados pelo instrumento.

# MONOTONICIDADE

- Há uma monotonicidade do efeito de  $I$  sobre  $D$  para todos indivíduos.
- Essa é uma restrição não verificável, mas bastante plausível.
- Alternativamente, poderia ser assumido efeito de tratamento constante para todos os indivíduos.
- Ou seja, há a restrição da possibilidade de heterogeneidade.

## CORRELAÇÃO DE I E D É DIFERENTE DE ZERO

- Há suposição de que  $\text{corr}(I, D) \neq 0$ .
- Basicamente, essa suposição diz que I apresenta um efeito sobre D.
- Dessa forma, I também afeta Y, mas apenas indiretamente, via D.
- Isto é, pode-se definir um efeito médio causal de I sobre D:

$$E[D(I=1) - D(I=0)]$$

## VIOLAÇÃO DE PRESSUPOSTOS

- **SUTVA**: se a variável de interesse de um indivíduo é afetada pela condição de tratamento das demais pessoas ou por algum outro tratamento que ocorre ao mesmo tempo, não podemos identificar o contrafactual (Rubin, 1986).
- **Restrição de exclusão**: quanto maior a correlação entre  $I$  e  $D$ , isto é, quanto mais forte o instrumento, menos sensível é o estimador à violação da restrição de exclusão.
- Porém, quanto maior o efeito de  $I$  sobre  $Y$ , maior o viés do efeito do tratamento.

# VIOLAÇÃO DE PRESSUPOSTOS

- **Monotonicidade:** mesmo se a proporção de *defiers* for baixa (indivíduos que mudam de comportamento influenciados pelo instrumento de forma negativa), o viés pode ser alto, caso o instrumento seja fraco.
- Se o efeito médio do tratamento para *compliers* e *defiers* é o mesmo, então a violação da monotonicidade não produz viés.
- **$\text{corr}(I,D) = 0$ :** não há identificação do efeito do tratamento, uma vez que *I* não representa um instrumento.

# VIÉS E PROCURA DE SOLUÇÃO

- Na estimação do efeito de políticas públicas, o viés pode aparecer em dois casos:
  - Variável omitida que determina D e Y (seleção sobre observáveis).
  - Fatores não observáveis que determinam D e Y (seleção sobre não observáveis).
- No segundo caso, há abandono do pressuposto de independência da média condicional.
- Em outras palavras,  $P(D=1|Y,X) \neq P(D=1|X) = p(x)$ .
- Para contornar o problema, a ideia é retirar de  $u$  o componente correlacionado com  $v$ .
- É possível aplicar variável instrumental, Heckman, diferenças em diferenças, modelos estruturais...

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

- É possível realizar estimação simultânea do modelo de auto-seleção amostral ( $X$ ) e da equação da variável dependente principal ( $Y$ ), utilizando estimador de máxima verossimilhança (*maximum likelihood estimator*).
- Este tipo de modelagem é chamado de informação completa de máxima verossimilhança (*full information maximum likelihood* – FIML).
- A variável  $X$  pode ser dicotômica ou contínua.
- Esse modelo utiliza o pressuposto de distribuição conjunta dos termos de erro ( $v, u$ ).

## MODELOS MULTIVARIADOS

- Utilização de modelos multivariados com variáveis instrumentais (I) e outras variáveis independentes (R) para explicar  $X$ , com erro aleatório ( $v$ ):

$$X = R\gamma + I\alpha + v$$

- Valores preditos de  $X$ :

$$X \text{ predito} = R\gamma^* + I\alpha^*$$

- O erro aleatório ( $v$ ) não aparece acima porque há o pressuposto que tenha média zero [ $E(v)=0$ ].
- O valor predito de  $X$  não tem o problema de correlação entre os erros aleatórios ( $v, u$ ) das equações de  $X$  e  $Y$ .
- O valor predito de  $X$  é usado para estimar o efeito causal ( $\beta$ ) em  $Y$ , em procedimento chamado de dois estágios de mínimos quadrados (*two-stage least squares* – 2SLS).

## LIDANDO COM CAUSALIDADE REVERSA

- Por não ser causada pela omissão de variáveis, um modelo de efeitos fixos não corrige este tipo de viés.
- Precisamos manipular as variáveis independentes, com experimento ou variáveis instrumentais.
- Quando os termos de erro ( $v, u$ ) não são correlacionados, um parâmetro  $\beta$  consistente é estimado por meio de modelos com duas equações (2SLS).
- Quando os termos de erro ( $v, u$ ) são correlacionados, é preciso estimar um modelo de três estágios de mínimos quadrados (*three-stage least squares* – 3SLS):
  - Os dois primeiros estágios corrigem o viés em  $\beta$ .
  - O terceiro estágio corrige os erros padrão dos coeficientes, ao considerar a correlação entre os termos de erro ( $v, u$ ).

## LATE

- Há um Efeito de Tratamento Médio Local (*Local Average Treatment Effect*, LATE):

$$E[Y_1 - Y_0 \mid D(1) - D(0) = 1] = \\ E[Y(1, D(1)) - Y(0, D(0))] / E[D(1) - D(0)]$$

- LATE representa o impacto sobre os *compliers*, não sendo, em geral, representativo do efeito sobre todos os tratados.
- LATE = ATE = ATT se o efeito de tratamento é homogêneo.
- Importante: não podemos identificar o grupo dos *compliers*, ou seja, os indivíduos que mudam de comportamento influenciados pelo instrumento.

## ATE

- ATE: supondo ausência de heterogeneidade do impacto, os mínimos quadrados ordinários em dois estágios (MQ2E) produzem resultados consistentes e eficientes.
- No entanto, há controvérsia sobre a melhor maneira de estimar o primeiro estágio.
- É possível estimar duas regressões lineares.
- Também é possível estimar uma regressão de estimação de probabilidade (logística ou probit) e depois uma regressão linear:

$$P(D=1 \mid X, I)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_k X_k + \alpha D + u$$

## EFEITO DE TRATAMENTO MARGINAL

- O efeito de tratamento marginal (*marginal treatment effect*, MTE) pode ser estimado de diferentes formas.
- **LATE** (efeito de tratamento médio local) é igual ao valor esperado do MTE, para o intervalo de  $I$ , em que a taxa de participação é diferente.
- **ATE** (impacto médio do tratamento sobre a população como um todo) é igual ao valor esperado de MTE, incluindo todos os indivíduos.
- **ATT** (impacto médio do tratamento sobre o grupo de tratamento) é igual ao valor esperado de MTE, excluindo os indivíduos que não participam do tratamento.

## ESTIMAÇÃO DE LATE, ATE E ATT

- **LATE**:  $Y = \delta + \alpha D + u$ , usando  $I$  como instrumento.
- **ATE** incluindo interações, além dos instrumentos na primeira equação. As médias das variáveis ( $X$ -barra) consideram os valores de todos indivíduos da amostra (tratamento e controle):

$$P(D=1 \mid X, I)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_k X_k + \alpha D + D(X - X\text{-barra})\delta + u$$

- **ATT** incluindo interações, além dos instrumentos na primeira equação. As médias das variáveis ( $X$ -barra) consideram somente os valores do grupo de tratamento.

# ALEATORIZAÇÃO E VARIÁVEL INSTRUMENTAL

- Tanto a aleatorização da elegibilidade ao tratamento, quanto a aleatorização da participação dentre os elegíveis garante que as mesmas não sejam correlacionadas com fatores pessoais ou sociais.
- Portanto, tratados e controles não apresentam diferenças, na média, nas características não observáveis.
- $ATE = ATT$  quando:
  - Não há heterogeneidade.
  - Há heterogeneidade, mas há aleatorização da participação.

# ESCORE DE PROPENSÃO E VARIÁVEL INSTRUMENTAL

- Método do escore de propensão (*propensity score*) pode ser considerado um caso especial do método de variável instrumental (Ichimura e Taber, 2001) com estes pressupostos:
  - Independência condicional [resultado de  $Y$  de um indivíduo será o mesmo, não importando o tratamento ( $D$ ) e outras variáveis observáveis ( $X$ )]:

$$Y_1, Y_0 \perp D \mid X$$

- Suporte comum:  $0 < p(X) < 1$
- Podemos assumir que a variável de tratamento ( $D$ ) é uma restrição de exclusão em  $E[Y_i \mid X]$ .
- Na presença de um instrumento ( $I$ ), pode-se assumir que o tratamento é um caso especial quando todos os indivíduos são *compliers* ( $I = D$ ).

# ESTIMAÇÃO COMO ESCORE DE PROPENSÃO

- Regressão com tratamento (D) como variável dependente e estima-se valor predito ( $p_1$ ).
- Regressão com valor predito ( $p_1$ ) como variável dependente e estima-se novo valor predito ( $p_{1a}$ ).
- Regressão com valor predito ( $p_1$ ) ao quadrado como variável dependente e estima-se novo valor predito ( $p_{1b}$ ).
- Regressão com variável de interesse (Y) como variável dependente, usando os valores preditos ( $p_1$ ,  $p_{1a}$ ,  $p_{1b}$ ) como independentes.

# CONSIDERAÇÕES

- Utilização de variável instrumental é um método promissor teoricamente, mas pode frustrar na prática.
- Há problema de eficiência em pequenas amostras (relacionado à estimação do erro padrão), o qual deve ser corrigido.
- Há sensibilidade do LATE ao instrumento.