AULA 12
Inferência a Partir de Duas Amostras

Ernesto F. L. Amaral

25 de setembro de 2012
Metodologia de Pesquisa (DCP 854B)

Fonte:

Triola, Mario F. 2008. "Introdução à estatística". 10 ª ed. Rio de Janeiro: LTC. Capítulo 9 (pp.360-407).

ESQUEMA DA AULA

– Inferências sobre duas proporções.

– Inferências sobre duas médias: amostras independentes.

– Inferências a partir de amostras emparelhadas.

– Comparação da variância em duas amostras.

VISÃO GERAL

– Os capítulos anteriores (estimação de valores de parâmetros populacionais e teste de hipóteses) envolveram métodos para uma única amostra, usada para se fazer inferência sobre um único parâmetro populacional.

– Na prática, há muitas situações em que desejamos comparar dois conjuntos de dados amostrais.

– Portanto, este capítulo estende os métodos abordados anteriormente para situações que envolvem comparações de duas amostras em vez de apenas uma.

INFERÊNCIAS SOBRE DUAS PROPORÇÕES

INFERÊNCIAS SOBRE DUAS PROPORÇÕES

– Objetivo é de usar duas proporções amostrais:

- – Para **teste de afirmativa** sobre duas proporções populacionais.

ou

- – Para construção de estimativa de **intervalo de confiança** da diferença entre proporções populacionais correspondentes.

REQUISITOS

– No **teste de hipótese** sobre duas proporções populacionais ou na construção de um **intervalo de confiança** para diferença entre duas proporções populacionais, temos estes requisitos:

  – Temos proporções de duas **amostras aleatórias simples independentes** (valores amostrais selecionados de uma população não estão relacionados ou emparelhados com valores amostrais selecionados da outra população).

  – Para cada uma das duas amostras, o número de sucessos é, pelo menos, cinco e o número de fracassos também.

NOTAÇÃO PARA DUAS PROPORÇÕES

– Para a população 1, fazemos:

– p_1 = proporção populacional

– n_1 = tamanho da amostra

– x_1 = número de sucessos na amostra

– Proporção amostral: $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$

– $\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1$

– A população 2 possui o mesmo tipo de notação.

PROPORÇÃO AMOSTRAL COMBINADA

– A proporção amostral combinada é simbolizada por *p*-barra e é dada por:

$$\bar{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

– O complementar de *p*-barra é dado por:

$$\bar{q} = 1 - \bar{p}$$

ESTATÍSTICA DE TESTE PARA DUAS PROPORÇÕES

– Hipótese nula (H_0): $p_1 = p_2$

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n_1} + \frac{\bar{p}\bar{q}}{n_2}}}$$

– Onde: $p_1 – p_2 = 0$ (pressuposto na hipótese nula)

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} \quad \text{e} \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

$$\bar{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \quad \text{e} \quad \bar{q} = 1 - \bar{p}$$

– Os valores de *p* e valores críticos são encontrados com base no valor calculado do escore *z* (Tabela A-2).

ESTIMATIVA DE INTERVALO DE CONFIANÇA

– A estimativa de intervalo de confiança para $p_1 – p_2$ é:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - E < (p_1 - p_2) < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + E$$

– Onde a margem de erro *E* é dada por:

$$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE SUCESSOS x_1 e x_2

– Para calcular os testes de hipótese e intervalos de confiança, é preciso especificar os valores de x_1, n_1, x_2 e n_2.

– Por exemplo, em uma pesquisa com 1.125 pessoas, 47% delas disseram que nunca ou raramente viajaram de avião.

  – $n_1 = 1125$
  – $\hat{p}_1 = 0{,}47$
  – Sendo: $x_1 = n_1 * \hat{p}_1$
  – Temos: $x_1 = 1125 * 0{,}47 = 528{,}75 \approx 529$

– Usamos os valores de n_1 e x_1, além dos valores da população 2 (não exibidos), nos cálculos de estatística de teste para duas proporções.

TESTES DE HIPÓTESES

– Consideraremos testes de hipóteses sobre duas proporções populacionais:

$$H_0: p_1 = p_2$$

– Sob a suposição de proporções iguais, a melhor estimativa da proporção comum é obtida pela combinação de ambas amostras em uma amostra grande, de modo que *p*-barra se torna uma estimativa mais óbvia da proporção populacional comum.

EXEMPLO

– Pensar que a política é importante na vida é maior entre homens do que entre mulheres?

politica	homem 0	1	Total
0	**22,394**	**19,634**	**42,028**
1	**15,262**	**17,822**	**33,084**
Total	**37,656**	**37,456**	**75,112**

– n_0 = 37.656

– n_1 = 37.456

– H_0: $p_0 = p_1$

– H_1: $p_1 > p_0$

– α = 0,05

$$\bar{p} = \frac{x_0 + x_1}{n_0 + n_1} = \frac{15.262 + 17.822}{37.656 + 37.456} = 0{,}44046224$$

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_0) - (p_1 - p_0)}{\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n_1} + \frac{\bar{p}\bar{q}}{n_0}}}$$

$$z = \frac{\left(\frac{17.822}{37.456} - \frac{15.262}{37.656}\right) - (0)}{\sqrt{\frac{(0{,}44046224)(0{,}55953776)}{37.456} + \frac{(0{,}44046224)(0{,}55953776)}{37.656}}} = 19{,}46$$

– $P \approx 0$ é menor do que α=0,05. Rejeitamos hipótese nula. Há evidência de que política é mais importante dentre homens.

DESVIO PADRÃO EXATO ≠ ESTIMADO

– Podemos construir uma estimativa de intervalo de confiança da diferença entre proporções populacionais (p_1–p_2).

– Se um intervalo de confiança não inclui o zero, temos evidência que sugere que p_1 e p_2 tenham valores diferentes.

– O desvio padrão usado para intervalos de confiança é diferente do desvio padrão usado para o teste de hipótese.

- – O **teste de hipótese** usa desvio padrão **exato**, baseado na suposição de que não há diferença entre proporções.
- – O **intervalo de confiança** usa um desvio padrão baseado em valores **estimados** das proporções populacionais.

INTERVALOS DE CONFIANÇA

– Se desejo é de estimar diferença entre duas proporções, utilize o **intervalo de confiança**.

– Se desejo é de testar alguma afirmativa sobre duas proporções, use um método de **teste de hipótese**.

– **NÃO** teste a igualdade de duas proporções populacionais pela determinação da existência de sobreposição de dois intervalos de confiança individuais.

– A análise da sobreposição de dois intervalos de confiança individuais é mais conservadora (menos rejeição de H_0) do que estimativa de um intervalo de confiança $p_1 – p_2$.

EXEMPLO DE INTERVALO DE CONFIANÇA

– Use os dados do exemplo anterior para construir intervalo de 95% de confiança para a diferença entre as proporções.

- $\alpha = 0{,}05$
- $z_{\alpha/2} = 1{,}96$
- Margem de erro:
- $\hat{p}_0 = 15.262/37.656 = 0{,}4053$
- $\hat{p}_1 = 17.822/37.456 = 0{,}4758$
- $\hat{p}_1 - \hat{p}_0 = 0{,}0705$

$$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_0\hat{q}_0}{n_0} + \frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}}$$

$$E = 1{,}96\sqrt{\frac{\left(\frac{15.262}{37.656}\right)\left(\frac{22.394}{37.656}\right)}{37.656} + \frac{\left(\frac{17.822}{37.456}\right)\left(\frac{19.634}{37.456}\right)}{37.456}} = 1{,}96 * 0{,}0036 = 0{,}0071$$

- Intervalo de confiança:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_0) - E < (p_1 - p_0) < (\hat{p}_1 - \hat{p}_0) + E$$

$$(0{,}4758 – 0{,}4053) – 0{,}0071 < (p_1 – p_0) < (0{,}4758 – 0{,}4053) + 0{,}0071$$

$$0{,}0634 < (p_1 – p_0) < 0{,}0776$$

INTERPRETAÇÃO DO RESULTADO

– Limites do intervalo de confiança não contêm zero, sugerindo que há diferença significante entre as duas proporções populacionais.

– Temos 95% de confiança que porcentagem de homens que pensam que política é importante é maior do que porcentagem de mulheres que pensam que política é importante por uma quantidade entre 6,34% e 7,76%.

RESOLUÇÃO NO STATA

```
. prtest politica, by(mulher)

Two-sample test of proportion                  0: Number of obs =    37456
                                               1: Number of obs =    37656

    Variable |       Mean   Std. Err.       z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           0 |   .4758116   .0025805                         .470754    .4808693
           1 |   .4053006     .00253                        .4003419    .4102593
-------------+----------------------------------------------------------------
        diff |    .070511   .0036138                         .063428     .077594
             |  under Ho:   .0036228    19.46   0.000
------------------------------------------------------------------------------
        diff = prop(0) - prop(1)                                  z =  19.4631
    Ho: diff = 0

    Ha: diff < 0                 Ha: diff != 0                 Ha: diff > 0
 Pr(Z < z) = 1.0000         Pr(|Z| < |z|) = 0.0000          Pr(Z > z) = 0.0000
```

- **Teste de hipótese:** a probabilidade de não rejeitarmos H_0: diff=0 é muito pequena: *P*(Z>z)=0. Rejeitamos hipótese nula.
- Aceitamos H_1: diff>0. Há evidência de que política é mais importante para homens ($prop_0$) do que para mulheres ($prop_1$).
- **Intervalo de confiança:** com NC de 95%, diferença das proporções de homens e mulheres varia de 0,0634 a 0,0776.

INFERÊNCIAS SOBRE DUAS MÉDIAS: AMOSTRAS INDEPENDENTES

DEFINIÇÕES DE AMOSTRAS

– **Amostras independentes:** valores amostrais de uma população não estão relacionados ou combinados com os valores amostrais selecionados da outra população.
  – Ex.: grupo de tratamento e grupo de controle.

– **Amostras dependentes:** membros de uma amostra podem ser usados para determinar os membros da outra amostra.
  – Consistem em dados emparelhados dependentes, tais como dados de marido/mulher.
  – Dependência pode ocorrer com amostras relacionadas por associações como membros de uma família.
  – Ex.: dados coletados antes e depois de política pública.

INFERÊNCIAS SOBRE DUAS MÉDIAS

– Serão apresentados métodos para uso de dados amostrais provenientes de **duas amostras independentes** para:

– Teste de hipóteses sobre duas médias populacionais.

– Construção de estimativas de intervalos de confiança para diferença entre duas médias populacionais.

– Esses métodos podem ser aplicados a situações em que:

– Desvios padrões das duas populações são **desconhecidos** e **diferentes**. São métodos mais realistas e têm melhor desempenho.

– Desvios padrões das duas populações são **conhecidos**.

– Desvios padrões das duas populações são **desconhecidos**, mas **se supõe que sejam iguais**.

σ_1 E σ_2 DESCONHECIDOS E DIFERENTES

– Ao usar duas amostras independentes para testar afirmativa sobre diferença ($\mu_1–\mu_2$) ou para construir intervalo de confiança utilize este requisitos:

– σ_1 e σ_2 são desconhecidos e não se faz suposição sobre igualdade entre eles.

– Duas amostras são independentes.

– Amostras aleatórias simples.

– Uma ou ambas destas condições são satisfeitas:

  – Duas amostras são grandes (n_1>30 e n_2>30).

  – Amostras provêm de populações com distribuições normais:

    – Em amostras pequenas, procedimentos funcionam se não houver *outliers*.

TESTE DE HIPÓTESE PARA DUAS MÉDIAS

– Para obter estatística do teste de hipótese para duas médias com amostras independentes, utilize:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$$

– Ao determinar valores críticos ou valores *P*, é preciso obter o número de graus de liberdade (gl):

– No livro, gl é o menor número entre n_1–1 e n_2–1.

– Nos pacotes estatísticos:

$$gl = \frac{(A+B)^2}{\dfrac{A^2}{n_1 - 1} + \dfrac{B^2}{n_2 - 1}}$$ onde: $A = \dfrac{s_1^2}{n_1}$ e $B = \dfrac{s_2^2}{n_2}$

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA $\mu_1 - \mu_2$

– Intervalo de confiança para a diferença $\mu_1 – \mu_2$ é:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - E < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + E$$

– Onde:

$$E = t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

– Graus de liberdade é o mesmo usado para teste de hipótese.

EXPLORANDO CONJUNTOS DE DADOS

- Antes de realizar teste de hipótese ou construir intervalo de confiança, devemos explorar as duas amostras:
  - Encontrar estatísticas descritivas para ambos conjuntos de dados (*n*, média e desvio padrão).
  - Fazer diagramas de caixa para os dois conjuntos de dados com a mesma escala.
  - Fazer histogramas do dois conjuntos de dados para comparar suas distribuições.
  - Identificar valores extremos (*outliers*).

σ_1 E σ_2 CONHECIDOS

– No caso raro de conhecermos os desvios padrões populacionais, a estatística de teste e o intervalo de confiança se baseiam na distribuição normal em lugar da distribuição *t*.

– **Requisitos:**

- – Dois desvios padrões populacionais são conhecidos.
- – Duas amostras são independentes.
- – Amostras aleatórias simples.
- – Uma ou ambas destas condições são satisfeitas:
  - – Duas amostras são grandes (n_1>30 e n_2>30).
  - – Amostras provêm de populações com distribuições normais. Em amostras pequenas, procedimentos funcionam se não houver *outliers*.

TESTE DE HIPÓTESE PARA DUAS MÉDIAS

– A estatística (z) do teste de hipótese para duas médias de amostras independentes com σ_1 e σ_2 conhecidos é:

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

– Procurar valores *P* e valores críticos na tabela de distribuição normal padrão (Tabela A-2).

INTERVALO DE CONFIANÇA

– O intervalo de confiança para $\mu_1 – \mu_2$ em amostras independentes com σ_1 e σ_2 conhecidos é:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - E < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + E$$

– Onde:

$$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

σ_1 E σ_2 DESCONHECIDOS E IGUAIS

– Se valores de σ_1 e σ_2 não forem conhecidos, mas se for razoável supor que tenham o mesmo valor, as variâncias amostrais podem ser combinadas para estimar σ^2.

– A estimativa combinada de σ^2 é denotada por s_p^2.

REQUISITOS PARA σ_1 E σ_2 DESCONHECIDOS E IGUAIS

– Dois desvios padrões populacionais não são conhecidos, mas supõe-se que sejam iguais (σ_1=σ_2).

– Duas amostras são independentes.

– Amostras aleatórias simples.

– Uma ou ambas destas condições são satisfeitas:
  – Duas amostras são grandes (n_1>30 e n_2>30).
  – Amostras provêm de populações com distribuições normais:
    – Em amostras pequenas, procedimentos funcionam se não houver *outliers*.

TESTE DE HIPÓTESE

– Estatística do teste de hipótese para duas médias com amostras independentes e com σ_1 igual a σ_2:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_p^2}{n_1} + \dfrac{s_p^2}{n_2}}}$$

– Onde temos a variância combinada:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

– O número de graus de liberdade é dado por gl=n_1+n_2–2.

INTERVALO DE CONFIANÇA

– O intervalo de confiança para $\mu_1 – \mu_2$ com amostras independentes e com σ_1 e σ_2 iguais é:

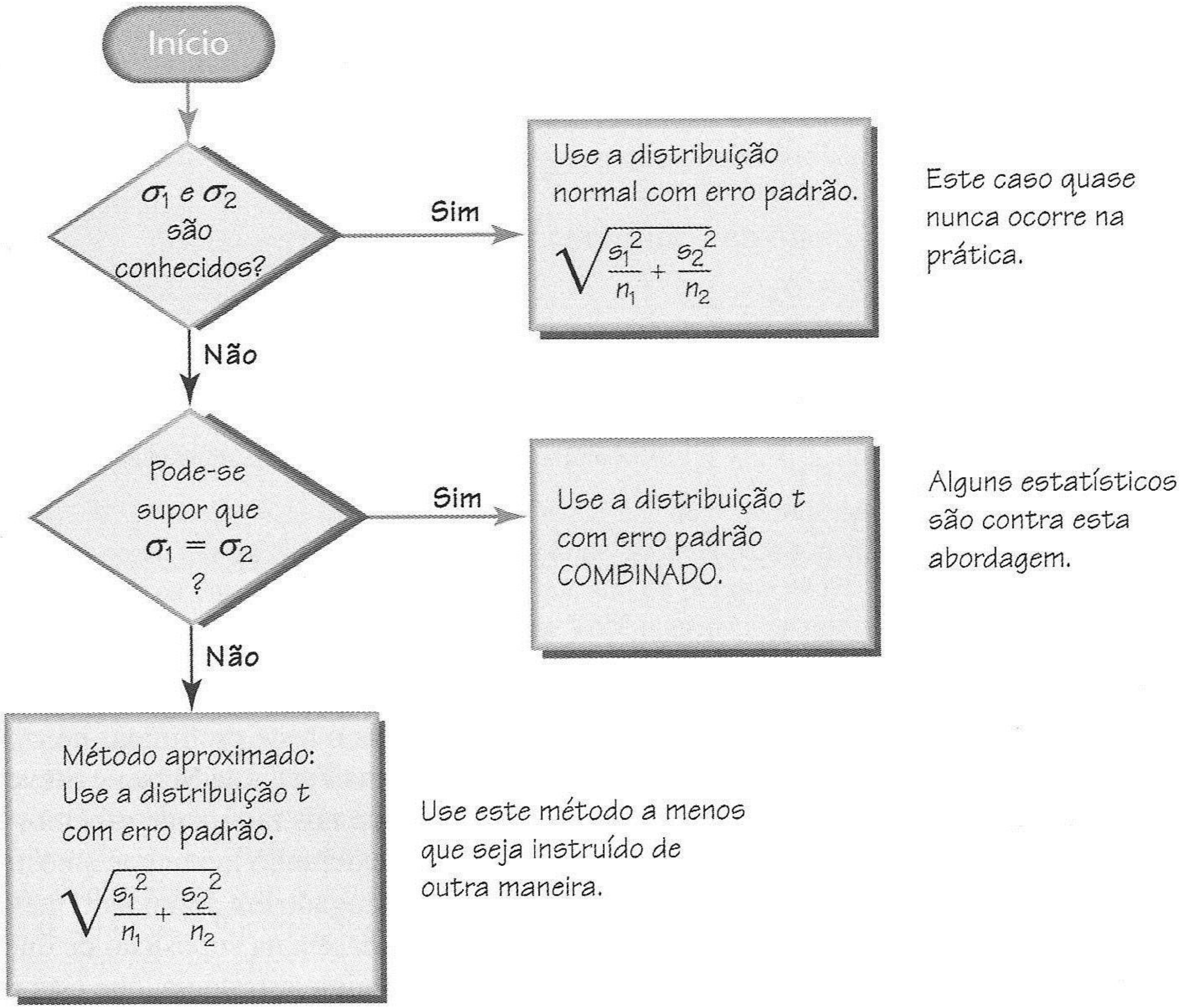
$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - E < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + E$$

– Onde:

$$E = t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

– A variância combinada (s_p^2) e o número de graus de liberdade ($n_1 + n_2 – 2$) é similar ao do teste de hipótese.

INFERÊNCIA SOBRE DUAS MÉDIAS INDEPENDENTES



INFERÊNCIAS A PARTIR DE AMOSTRAS EMPARELHADAS

INFERÊNCIAS COM AMOSTRAS EMPARELHADAS

– Duas amostras são dependentes se membros de uma amostra podem ser usados para determinarem os membros da outra amostra.

– Ou seja, com dados emparelhados, há alguma relação, de modo que cada valor em uma amostra está emparelhado com um valor correspondente na outra amostra.

REQUISITOS PARA AMOSTRAS EMPARELHADAS

– Dados amostrais consistem em dados emparelhados.

– Amostras aleatórias simples.

– Uma ou ambas destas condições são satisfeitas:
  – Número de pares de dados é grande (n>30).
  – Pares têm diferenças que são provenientes de uma população com distribuição aproximadamente normal.
    – Se houver afastamento radical da distribuição normal, não devemos usar os métodos desta seção.

NOTAÇÃO PARA DADOS EMPARELHADOS

– *d* = diferença individual entre os dois valores em um único par.

– μ_d = valor médio das diferenças *d* para a população de todos os pares.

– *d*-barra = valor médio das diferenças *d* para os dados amostrais emparelhados (igual à média dos valores *x* – *y*).

– s_d = desvio padrão das diferenças *d* para os dados amostrais emparelhados.

– *n* = número de pares de dados.

TESTE DE HIPÓTESE

– Estatística de teste de hipótese para dados emparelhados é dada por:

$$d = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

– Onde graus de liberdade é igual a *n* – 1.

INTERVALO DE CONFIANÇA

– Intervalo de confiança para dados emparelhados é:

$$\bar{d} - E < \mu_d < \bar{d} + E$$

– Onde:

$$E = t_{\alpha/2} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

EXEMPLO

– Índice de valores racionais (tradicional/secular) é maior entre homens do que entre mulheres?

tab mulher, sum(tradrat5) mean

mulher	Mean
0	.2231321
1	.24008968
Total	.23166243

RESOLUÇÃO DO EXEMPLO

```
. ttest tradrat5, by(mulher)

Two-sample t test with equal variances
```

Group	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf.	Interval]
0	39730	.2231321	.0043531	.8676724	.2146	.2316642
1	40216	.2400897	.0045294	.9083252	.2312119	.2489674
combined	79946	.2316624	.003142	.8883898	.2255041	.2378207
diff		-.0169576	.0062839		-.0292739	-.0046413

```
    diff = mean(0) - mean(1)                                      t =  -2.6986
Ho: diff = 0                                     degrees of freedom =    79944

    Ha: diff < 0                 Ha: diff != 0                 Ha: diff > 0
 Pr(T < t) = 0.0035         Pr(|T| > |t|) = 0.0070          Pr(T > t) = 0.9965
```

– **Teste de hipótese:** probabilidade de não rejeitar H_0: diff=0 é muito pequena: *P*(T<t)=0,0035. Rejeitamos hipótese nula.

– Aceitamos H_1: diff<0. Evidência de menores valores seculares entre homens ($mean_0$) do que mulheres ($mean_1$).

– **Intervalo de confiança:** com NC de 95%, diferença das médias de homens e mulheres varia de −0,0293 a −0,0046.

COMPARAÇÃO DA VARIAÇÃO EM DUAS AMOSTRAS

COMPARAÇÃO DA VARIAÇÃO EM DUAS AMOSTRAS

– Esta seção apresenta o teste *F* que usa duas variâncias amostrais (ou desvios padrões) para a comparação de duas variâncias populacionais (ou desvios padrões).

– O teste *F* para a comparação de duas variâncias populacionais é muito sensível a afastamentos da distribuição normal.

– Notações de medidas de variação:

  – s = desvio padrão de amostra

  – s^2 = variância da amostra (desvio padrão amostral ao quadrado).

  – σ = desvio padrão da população.

  – σ^2 = variância da população (desvio padrão populacional ao quadrado)

REQUISITOS

– Duas populações são independentes uma da outra:

  – Duas amostras são independentes se amostra selecionada de uma população não se relaciona com amostra selecionada da outra população.

– Duas populações são normalmente distribuídas:

  – Métodos desta seção não são robustos, já que são extremamente sensíveis a afastamentos da normalidade.

TESTES DE HIPÓTESE

– Notação para testes de hipótese com duas variâncias ou desvios padrões:

  – s_1^2 = maior das duas variâncias amostrais.

  – n_1 = tamanho da amostra com a maior variância.

  – σ_1^2 = variância da população da qual se extraiu a amostra com a maior variância.

  – Os símbolos s_2^2, n_2 e σ_2^2 são usados para a outra amostra e população.

– Estatística de teste de hipótese com duas variâncias:

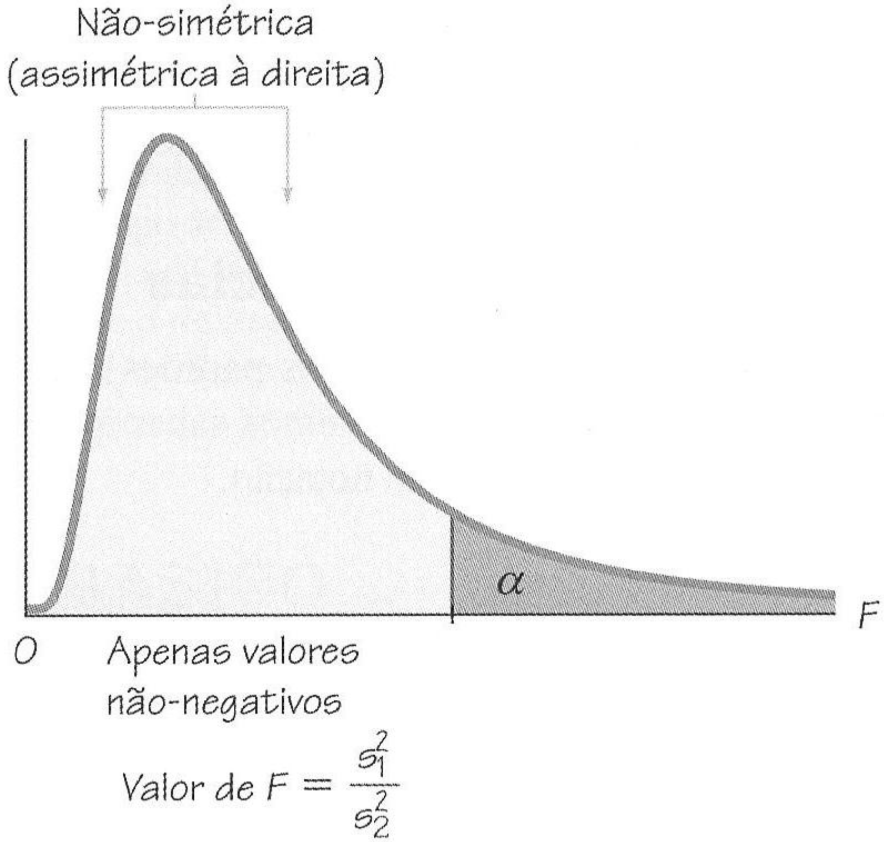
$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

– Número de graus de liberdade do numerador = n_1 – 1.

– Número de graus de liberdade do denominador = n_2 – 2.

DISTRIBUIÇÃO *F*

– Se realizarmos vários experimentos para selecionar amostras aleatórias de duas populações normalmente distribuídas com variâncias iguais, a distribuição da razão s_1^2/s_2^2 das variâncias amostrais será a distribuição *F*.



– Há uma distribuição F diferente para cada par distinto de graus de liberdade para o numerador e o denominador.

INTERPRETAÇÃO DA ESTATÍSTICA DE TESTE *F*

– Se as duas populações têm variâncias iguais, então a razão s_1^2/s_2^2 tende a se aproximar de 1.

– Como s_1^2 é sempre a maior variância, s_1^2 e s_2^2 terão valores muito distantes um do outro se a razão for um número grande.

– Ou seja, valores grandes de *F* são evidência contra $\sigma_1^2=\sigma_2^2$.

– A estatística de teste *F* se aplica a uma afirmativa feita sobre duas variâncias, mas pode ser usada para realizar afirmações sobre dois desvios padrões.

EXEMPLO

– Índice de valores racionais (tradicional/secular) possui desvio padrão maior entre homens do que entre mulheres?

```
. sdtest tradrat5, by(homem)

Variance ratio test
------------------------------------------------------------------------------
   Group |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       0 |   40216    .2400897    .0045294    .9083252    .2312119    .2489674
       1 |   39730    .2231321    .0043531    .8676724       .2146    .2316642
---------+--------------------------------------------------------------------
combined |   79946    .2316624     .003142    .8883898    .2255041    .2378207
------------------------------------------------------------------------------
    ratio = sd(0) / sd(1)                                         f =   1.0959
Ho: ratio = 1                                  degrees of freedom = 40215, 39729

    Ha: ratio < 1               Ha: ratio != 1                 Ha: ratio > 1
  Pr(F < f) = 1.0000         2*Pr(F > f) = 0.0000           Pr(F > f) = 0.0000
```

– **Teste de hipótese:** probabilidade de não rejeitar H_0: razão=1, é muito pequena: *P*(F>f)=0,0000. Rejeitamos H_0.

– Aceitamos H_1: razão>1. Evidência de maior desvio padrão no índice entre mulheres (sd_0) do que entre homens (sd_1).